

Il Sistema di Posizionamento Globale (GPS)

- Dalla triangolazione su terra al GPS nello spazio
- I satelliti GPS
- Determinazione delle distanze dai satelliti mediante misure di tempo dei segnali
- Come è raggiunta la straordinaria precisione del GPS?
- GPS e Teoria della Relatività

Salvatore Mele e Paolo Strolin

strolin @ na.infn.it

www.na.infn.it → el. tel. → Strolin

Determinare la nostra posizione nello spazio: "dove siamo" ?

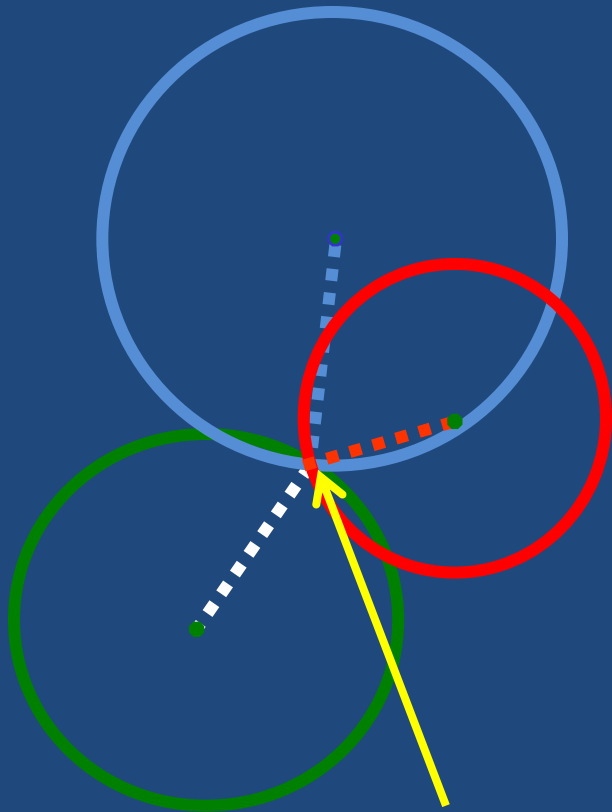
- Uno dei problemi fondamentali dell'umanità, sin dai tempi antichi (pensiamo alla navigazione)
- La scienza risponde anche a esigenze pratiche
- Strumenti per il "dove siamo?":
bussola, sestante, orologi precisi ...

Oggi il GPS (Global Positioning System)

Come funziona ?

Per iniziare: la triangolazione

Posizione individuata in base alle distanze da tre punti di riferimento sulla superficie terrestre



Ad esempio, se distiamo:

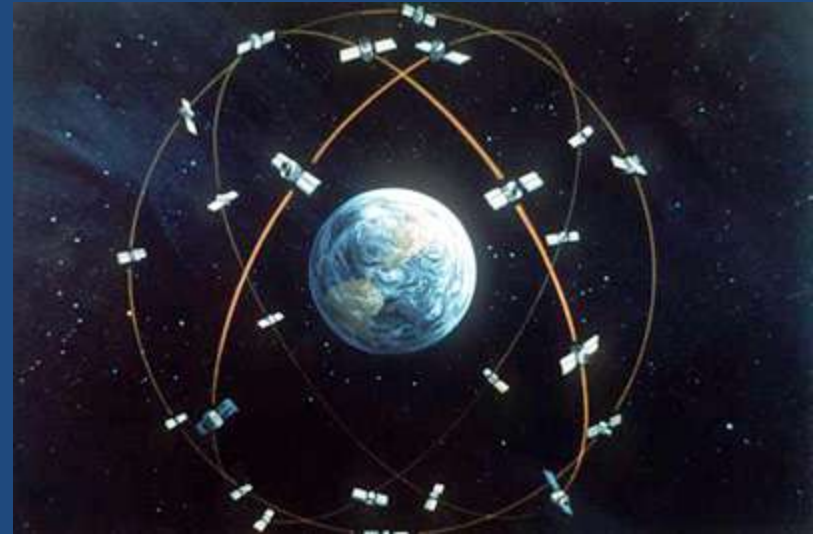
- 2,3 km dall'Eremo dei Camaldoli
- 1,6 km dall'incrocio tra Via Giustiniano e Via Piave
- 1,9 km dall'incrocio tra Via Terracina e Via Agnano-Astroni

... siamo all'Università a Monte S. Angelo
(il punto in cui i cerchi si incrociano)

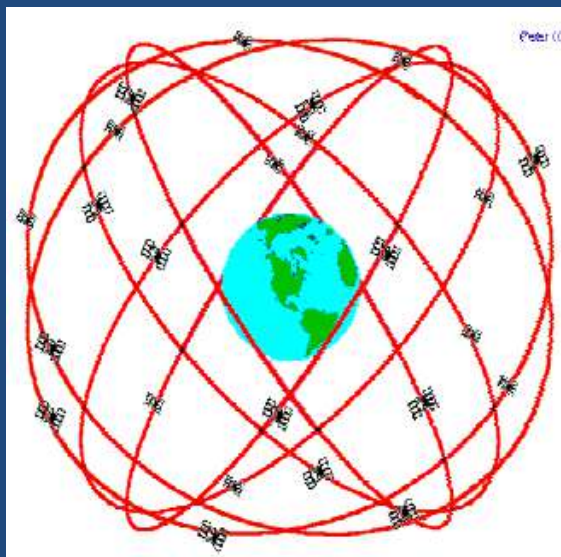
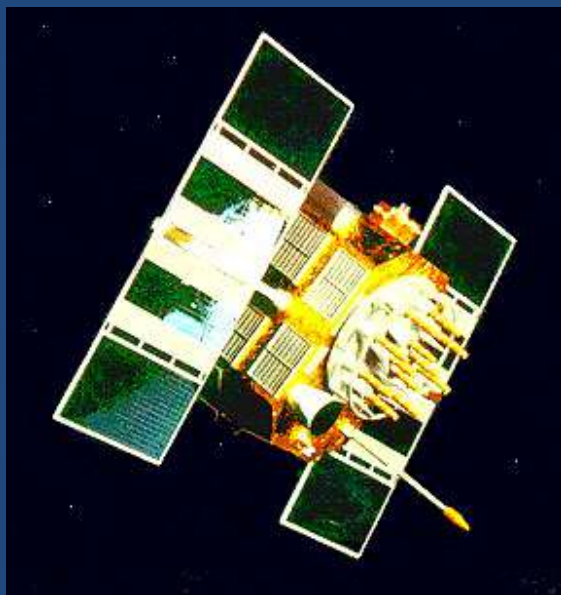
Come si trova la posizione con il GPS?

- Stessa idea di base della triangolazione: posizione in base a distanze da punti di riferimento la cui posizione è nota
- Quali punti di riferimento ?

I satelliti del sistema GPS



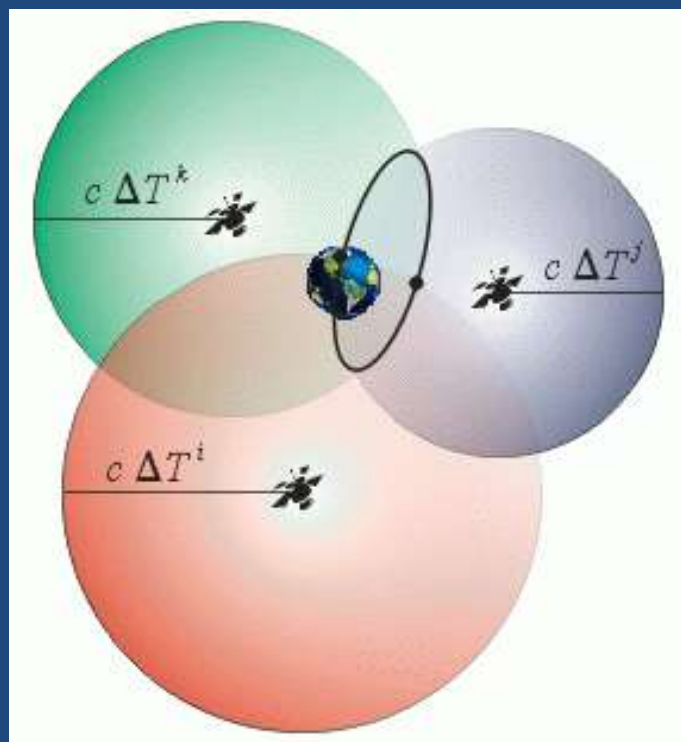
I satelliti del sistema GPS



- Proprietà della Difesa USA
- 27 satelliti (24+3 riserve)
- Lanciati dal 1978 al 1994
- Circa 20.000 km dal suolo
- 12 ore periodo di rivoluzione
- 1 ton di peso
- 17 metri (con pannelli)
- 10 miliardi di euro
(per il sistema completo)

Nello spazio, che cosa corrisponde alla triangolazione?

Dal piano allo spazio → da cerchi a sfere



1. Siamo ad una certa distanza dal primo satellite: su una sfera
2. Siamo sul cerchio dove si intersecano la sfera del primo e del secondo satellite
3. Siamo in uno dei due punti dove il cerchio si interseca con la sfera del terzo satellite
4. Non possiamo che essere nel punto sulla Terra !

Notate bene

Sia nella triangolazione che con il GPS la posizione si misura in base a distanze da punti di riferimento

(punti su terra per la triangolazione,
satelliti per il GPS)

Come misurare le distanze?

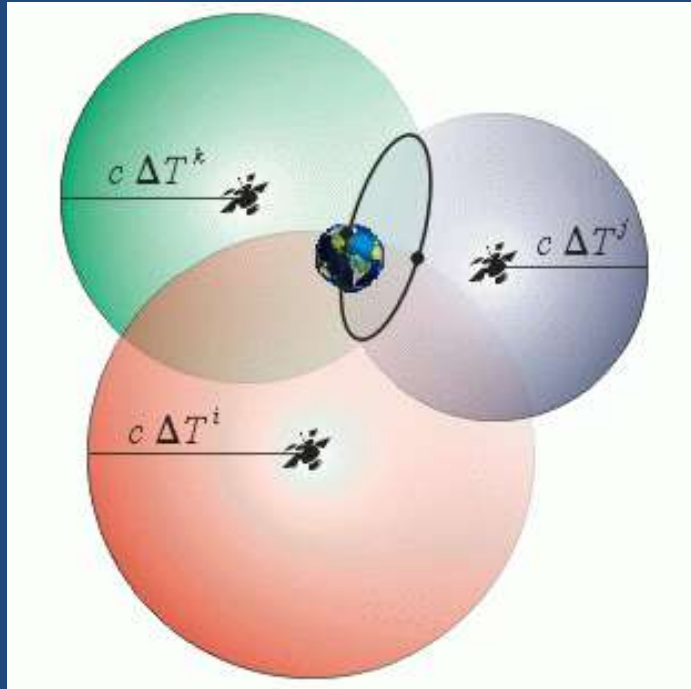
Distanza $D =$ Velocità $V \times$ Tempo T



Ad es: $V=300$ km/h, $T=1$ h
 $D = 300$ km/h \times 1 h = 300 km

Se conosciamo la velocità e misuriamo il tempo, possiamo determinare la distanza !

E per la distanza da un satellite ?



I segnali inviati dal satellite viaggiano con una velocità conosciuta con estrema precisione:

la velocità della luce

Si misura il tempo T di percorrenza del segnale, quindi:

$$D = c \times T$$

Quanto sono piccoli i tempi da misurare?



Velocità della luce $c = 300.000 \text{ km/s}$
Distanza del satellite $D = 20.000 \text{ km}$

$$D = c \times T$$

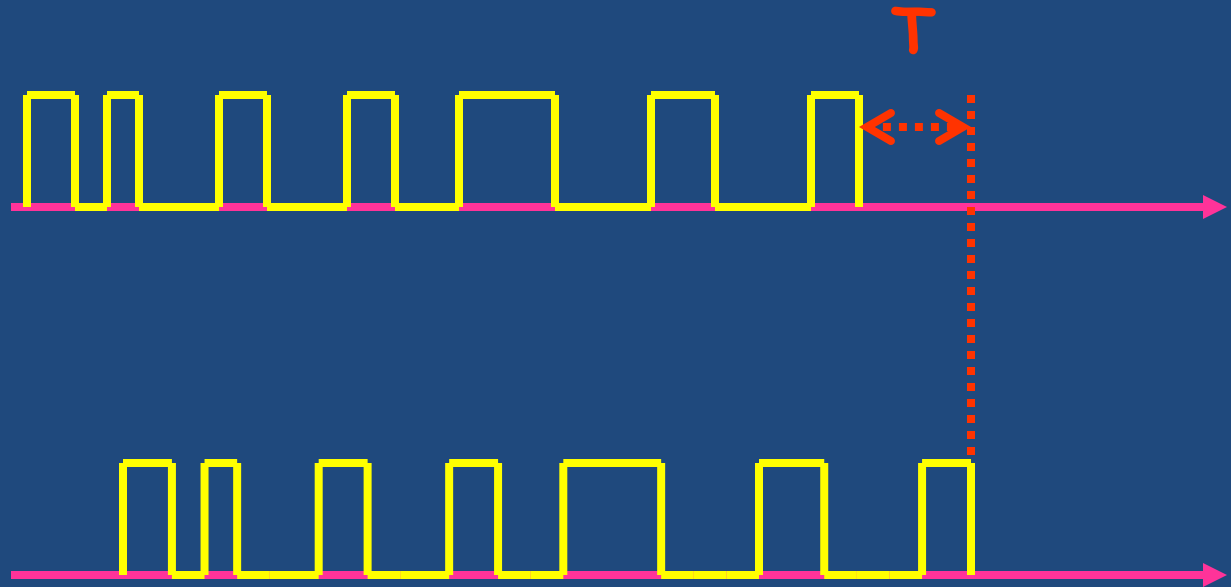
$$\rightarrow T = D/c = 20.000 \text{ km} / 300.000 \text{ km/s}$$

Tempo T da misurare: 6,7 centesimi di secondo
e con estrema precisione (vedremo quanto)

Come?

Satellite e ricevitore "cantano la stessa canzone"

(il segnale PRN : Pseudo Random Noise)



Misurando il **ritardo T** del "canto" del satellite, il ricevitore misura il tempo di percorrenza del segnale e quindi calcola la distanza D del satellite !

Le diverse canzoni dei satelliti



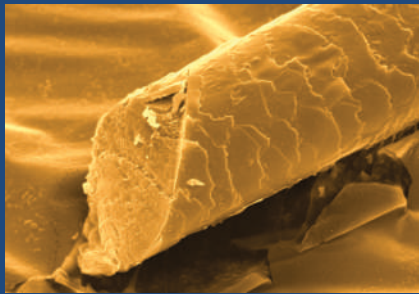
Il ricevitore sa dove si trovano i satelliti
e quale sta ascoltando: ogni satellite
"canta una canzone diversa"

Misura così le distanze da tutti i satelliti in vista

La precisione del GPS è incredibile

Una precisione di 10 m / D = 20.000 km
equivale a 0,5 / un milione

E' come misurare l'altezza della Torre di Pisa con
la precisione del diametro di un capello !



diametro capello $\sim 50 \mu\text{m}$
($1\mu\text{m} = 1$ milionesimo di m)

altezza Torre di Pisa ~ 70 m

Come è possibile?



Quale è l'errore dominante?

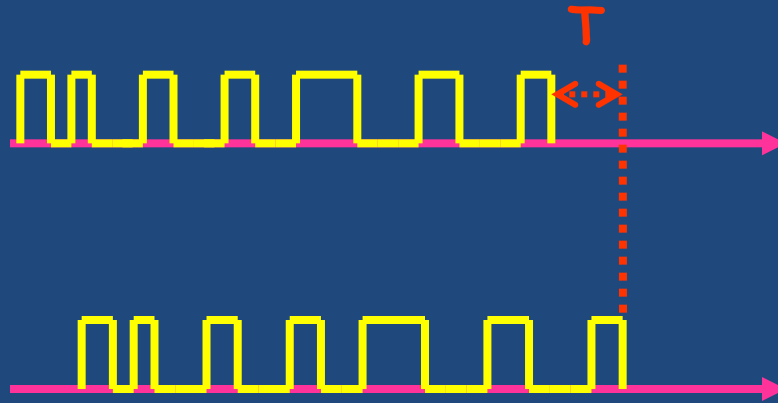
Le posizioni dei satelliti istante per istante sono conosciute con grande precisione

L'errore dominante sulla posizione viene da quello nella misura sulle distanze D

$D = c \times T$ ove velocità della luce c è nota

L'errore dominante su D
e quindi sulla posizione data dal GPS
provviene da quello nella misura dei tempi T

Quale precisione nella misura del tempo T ?



- I satelliti hanno orologi atomici, i più precisi esistenti. Ma un orologio atomico costa 100.000 euro !
- I ricevitori hanno normali orologi al quarzo: con un errore su T di 0.00001 s , l'errore su D è $300.000 \text{ km/s} \times 0.00001 \text{ s} = \underline{3 \text{ km}}$

Come arrivare a precisioni di metri ?

Notate bene

Orologio che non conta al ritmo giusto:
errore "sistematico"

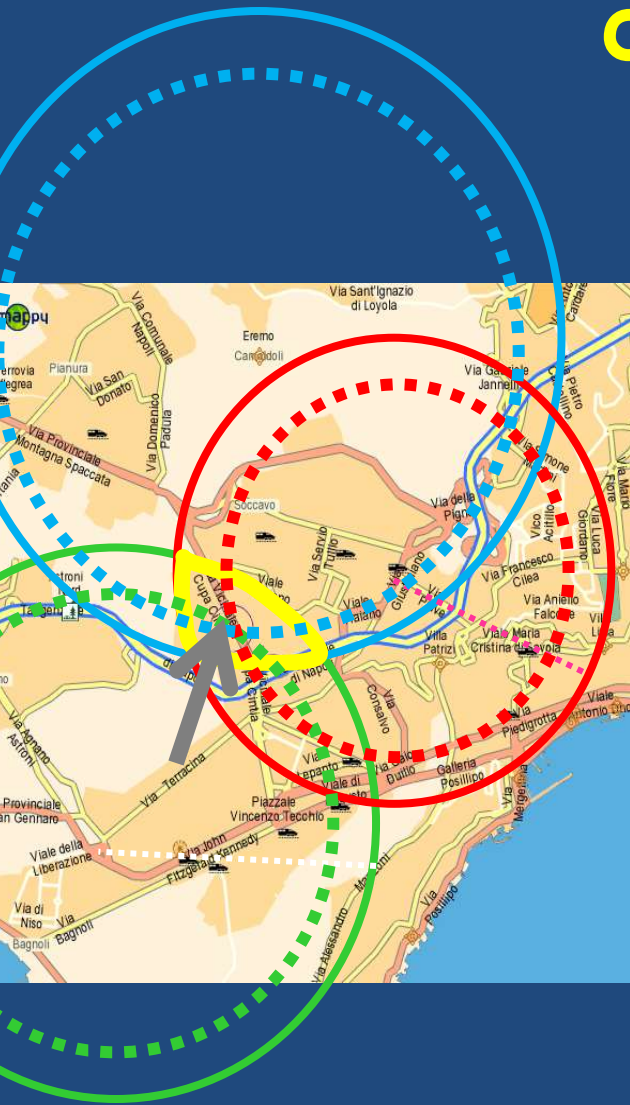
Si può correggere?



**Se le distanze misurate sono
"sistematicamente" maggiori di
quelle reali
(lo strumento è starato)**

**In giallo: incertezza in posizione
nella triangolazione**

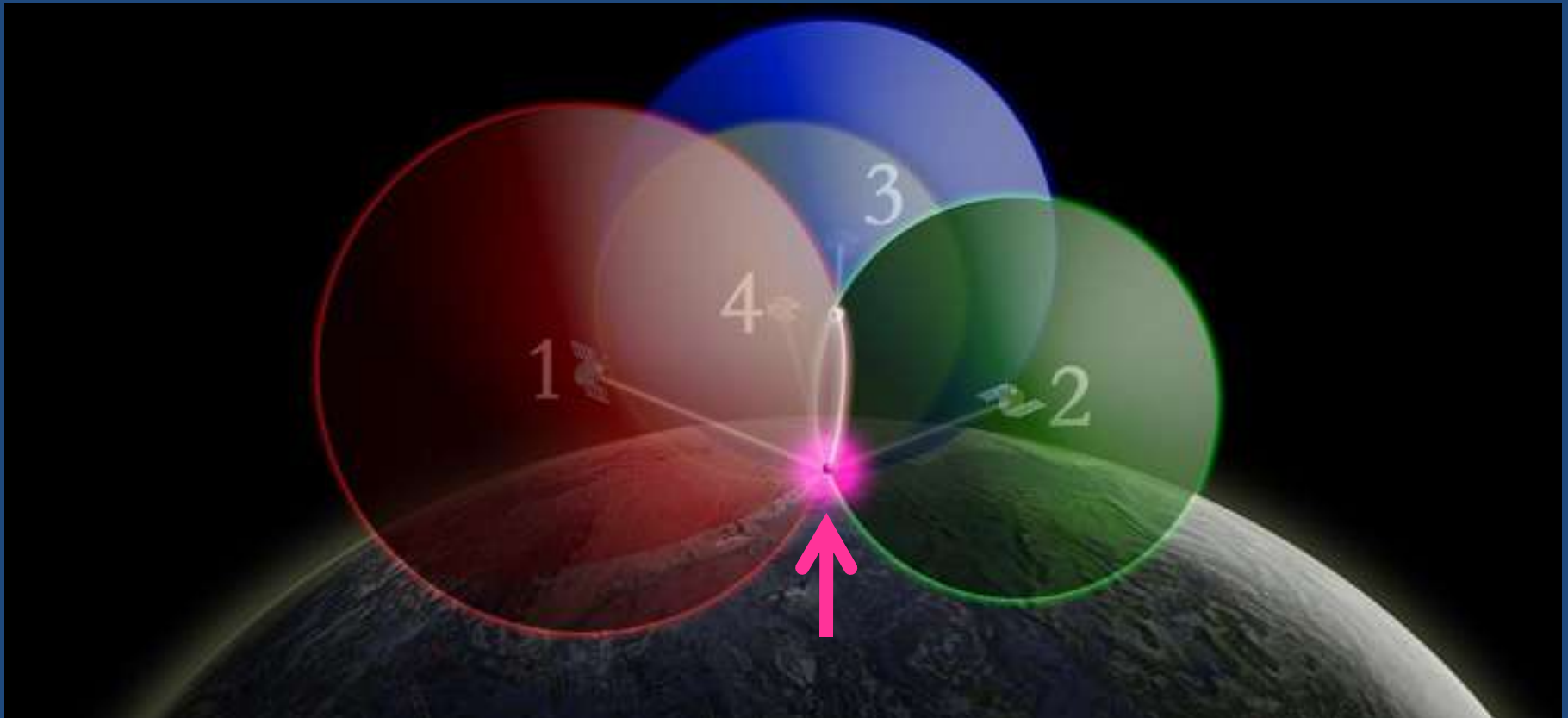
Correzione di un errore sistematico dello strumento



- I cerchi devono incrociarsi in un punto
- Quindi cambiamo i diametri di tutti i cerchi moltiplicandoli per una costante fino a incrociarli in un punto solo
- Abbiamo corretto l'errore sistematico nella misura delle distanze D e migliorato la precisione senza comprare uno strumento migliore

E per correggere D del GPS ?

Ora serve anche un quarto satellite:
si scalano tutte le distanze fino a ottenere
l'incrocio delle sfere in un punto !



Con un ricevitore da 100 euro si arriva alla precisione di
un orologio atomico da 100.000 euro!

IL GPS differenziale (DGPS)

Oltre al DGPS come "Stazione Mobile", si usa anche una "Stazione di Riferimento"

➤ Stazione di Riferimento : un ricevitore GPS di altissima qualità, posto in un punto (terrestre) con coordinate conosciute con estrema precisione

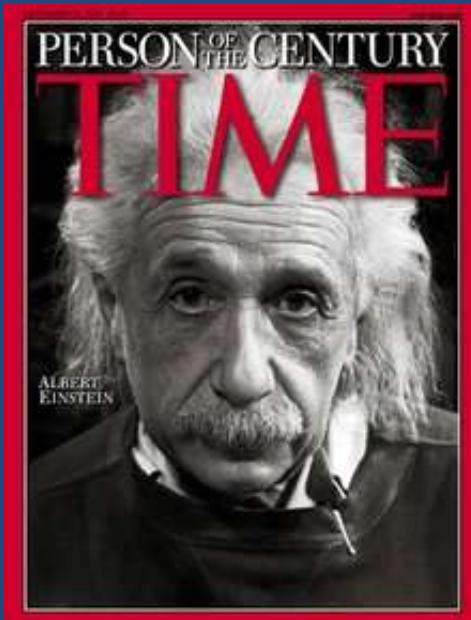
Confronta la posizione da lui determinata con quella attesa, calcola le correzioni (ad es. dovute a effetti atmosferici) e le trasmette tramite il proprio apparato radio-trasmittente

➤ Stazione Mobile : riceve le correzioni e le applica al punto determinato autonomamente

La precisione aumenta notevolmente

Usato per esempio in cartografia:
precisioni dell'ordine delle decine di centimetri !

La fisica fondamentale serve per il GPS ?



1905-2005, cento anni di Relatività

Relatività "Speciale"

Il tempo non è una variabile assoluta e indipendente:

è "relativo" al sistema in cui scorre e dipende dal rapporto tra la sua velocità v rispetto a noi e la velocità della luce c

Il paradosso dei gemelli

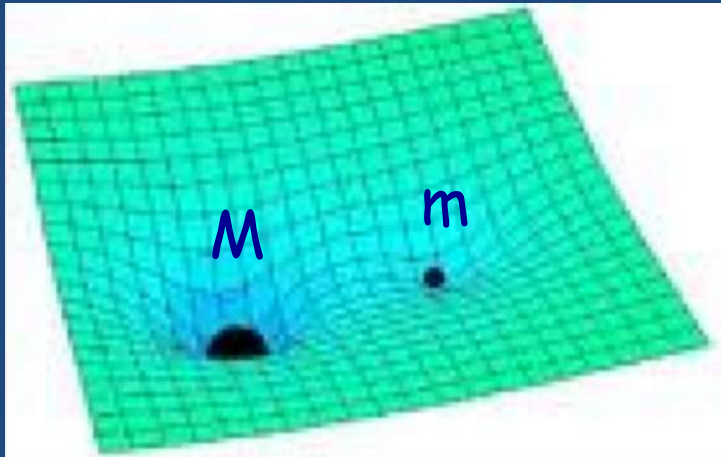


Se il sistema si muove ad alta velocità rispetto a noi, il suo tempo ci appare scorrere più lentamente del nostro.

Effetto trascurabile per $v \ll c$
come nella vita corrente

Si parla di coordinate di "spazio-tempo"

Relatività "Generale"



Una massa M produce un avallamento dello spazio-tempo entro cui una massa m viene attratta con la forza storicamente data dalla legge di Newton

$$F = G mM/r^2$$

Così la Relatività Generale spiega l'attrazione gravitazionale

Bisogna tenere conto della Relatività !

➤ Relatività Speciale

Orbita con raggio medio $r=26.500$ km e periodo di rivoluzione

$T=12$ ore: $V = 2\pi r/T = 4$ km/s

Una velocità (su terra altissima) da confrontare con $c = 300.000$ km/s

Il satellite GPS "canta" più lentamente, un suo secondo dura 1,000000000007 nostri secondi.

Fa una differenza di circa **-7 microsecondi al giorno !**

➤ Relatività Generale

La "curvatura dello spazio-tempo" (prodotta dalla massa della Terra) all'altitudine del satellite è minore di quella al suolo e il tempo è accelerato: **+45 microsecondi al giorno !**

http://it.wikipedia.org/wiki/Global_Positioning_System

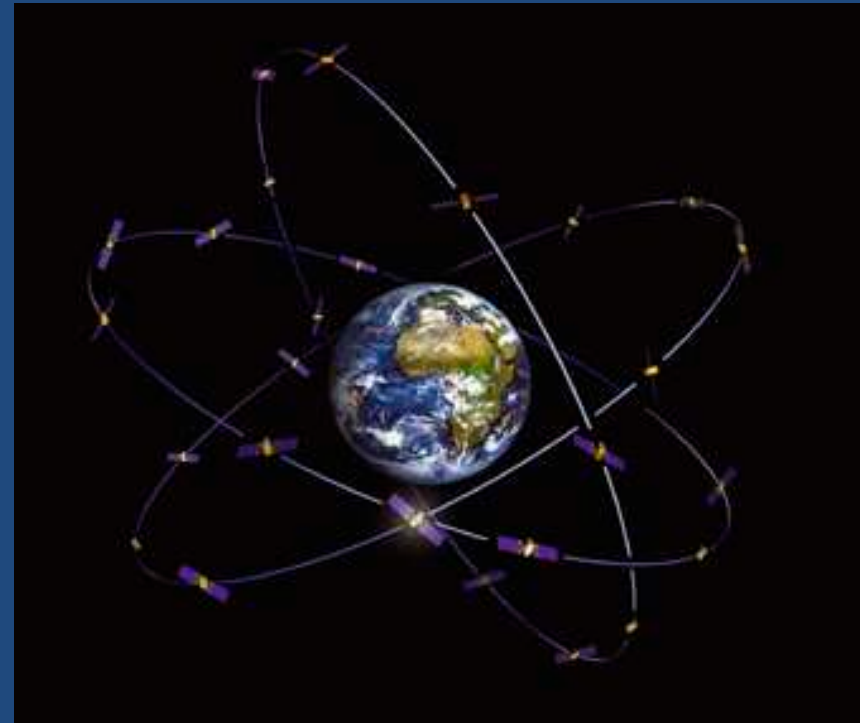
<http://www.astronomy.ohio-state.edu/~pogge/Ast162/Unit5/gps.html>

Osservazioni finali

- Una invenzione importante per la vita pratica
- Applicazione anche di fisica fondamentale: la Teoria della Relatività entra nella vita corrente
- Possibile conoscere la propria posizione con una precisione attorno alla decina di metri, per applicazioni specializzate anche meglio
- Tecnologia sviluppata per scopi militari, tuttora controllata dalla Difesa USA
- L'agenzia spaziale ESA della Comunità Europea prepara il suo sistema GALILEO, per uso civile

La futura "costellazione" dei 30 satelliti europei di GALILEO

(suddivisi in 3 diverse orbite ad un'altitudine di 23.000 km)



<http://www.esa.int/esaNA/galileo.html>